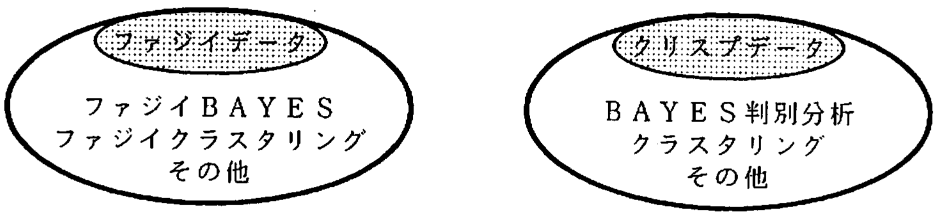
7. パターン認識への新しいアプローチ（新しい概念による）

パターン認識手法も日進月歩で進んでいる。　これらのアプローチの大部分は従来から展開されてきた手法を改良、あるいは別の視点から眺めなおして展開するものでこれらの結果得られたアプローチを新たな手法として提供することである。　このようなレベルにおける解説はここでは行わない。　これらの詳細については個々の解説書にまかせる。
ここではより大きな単位、即ちパターン認識やより大きな範囲に影響を与える基本概念に関する新たなアプローチについてのべる。　従って、ここでのべる概念はパターン認識のみならず統計等の分野にも影響を与えるものである。

□　データ取り扱いへのファジイ（Ｆｕｚｚｙ）概念の導入

現在パターン認識や統計で数値データとして利用されるものは一元一項対応を基本としている。　すなわち、一つの数値データは一つの値に対応するものである。　このような数値データの扱いに対し、新たなアプローチとしてファジイ(Fuzzy) という概念が最近になり導入されてきた。

ファジイとはその語源（曖昧）どおり、数値データの世界に曖昧性を導入しようとするものである。　従って、この新しい概念を導入することで従来の数値データの扱いをしてきたパターン認識や統計の様々な手法の基本が変わり、ファジイという基本概念に従った様々な解析手法（例：ファジイＢＡＹＥＳ、ファジイクラスタリング、ファジイＡＬＳ、その他）が展開されるようになった。　これらの手法はそれぞれの解析手法にファジイの基本概念を導入して展開されたものである。
＊ファジイに対応する言葉として“クリスプ”という言葉が用いられる。　従って、従来用いていた数値データはクリスプデータと呼ばれる。



□　ファジイ（Ｆｕｚｚｙ）とは？

ファジイ（Ｆｕｚｚｙ）とは事象の曖昧さを扱う理論である。　この曖昧とは非常に便利な道具であり、日常的に意識しないうちに利用されているのが現実である。　以下に２つの文をあげたが、ここで利用されている表現は特殊でもなんでもないことはわかる。

例１）最近、東京近辺では気温の高い日が続いているが、湿度の低い日が多いので比較的　過ごしやすい。

例２）抗腫瘍活性の高い化合物中、分子量が大きく且つＬＯＧＰ値の低いものは毒性が少なく好ましいが、合成しにくく、分解し易い化合物が多い。

例分中クロスがかかった部分がファジイで表現されている部分である。　このような短い文中にファジイで表現される部分が如何に多いかがわかるであろう。　ちなみに例１を通常のクリスプデータで表現しようとすると、
“１９９５年7月２０日から7月２９日まで、東京駅から１０ＫＭまでは気温が３５°以上の日が１０日間続いた。　しかし、湿度が６０％という日が１０日のうち８日もあったので過ごしやすかった”
とでもなるであろう。　如何にも話しにくいし、非現実的であるということがわかる。

計算機ではクリスプなデータを扱うことはできてもファジイなデータを扱うことが出来ず、ファジイ情報を伝達することは出来なかった。　この点で人間は先に示したような会話においてその情報をうまく伝達することができる。　ファジイもニューラルネットワークや遺伝的アルゴリズムと同様に、パターン認識や統計に生物学的な感覚を取り入れる一つの試みと言える。

□　曖昧の種類について

曖昧といっているが、曖昧自体にも様々なものが存在する。　曖昧さについてその内容から分類すると以下に示される５種類の曖昧さが浮かんでくる。

① 確立的曖昧さ（Ｒａｎｄｏｍｎｅｓｓ）　確立
一度事象が発生すれば、曖昧さはなくなる。
例）さいころ、宝くじ、その他

② 概念の曖昧さ（Ｆｕｚｚｉｎｅｓｓ）　ファジイ
本質的に曖昧なもの
例）美味しい、美人、中年、大量、甘い、その他

③ 知識／情報の不十分さに起因する曖昧さ（Ｉｎｃｏｍｐｌｅｔｅ）

本質的には曖昧さは存在しないが、単に情報不足から正確な結論を出す事が出来ない、または誤差が多い事。
例）天気予報、地震予知、その他

④ 解釈が何通りもあって曖昧である（Ａｍｂｉｇｕｉｔｙ）
一元多項対応の為に曖昧となっているものである。
例）分子式等　Ｃ８Ｈ１２０２、Ｃ１０Ｈ１８Ｎ２０

⑤ 正確でない事に起因する曖昧さ（Ｉｍｐｒｅｃｉｓｉｏｎ）
ノイズや誤りが含まれている為、本質が不明となり曖昧なもの。
例）不純物を多く含んだ化合物のスペクトル

曖昧にはこの他にも様々な種類がある。　ここにあげた例はその中の一例にしかすぎない。　これら数多くの曖昧さのうち、①の確立的曖昧さは既に確立論等で扱われてきている。　ファジイ理論で扱う事の出来る曖昧さとは②の概念の曖昧さ（Ｆｕｚｚｉｎｅｓｓ）である。

ＰＵＺＺＬＥ：

① 以下の文章中から曖昧な表現あるいは曖昧な情報を含む事象をを取り出し、その曖昧の種類に従って分類せよ。
○　明日の天気は晴れそうだから、何処かにピクニックにでもいこうか？
○「はし」というのは何の事ですか？
○　君の父さんは中年というよりは実年かな？
○　明日の競馬で大当たりしたらヨーロッパ旅行でもしよう。

② だまし絵に含まれている曖昧性はどの様な曖昧性か？
RANDOMNESS　FUZZINESS　INCOMPLETE　AMBIGUITY　IMPRECISION

□　曖昧さの数学的取扱

ファジイには大きな基本として「ファジイ集合」と「ファジイ関係」とがある。

①「ファジイ集合」は言葉の意味／概念に含まれている曖昧さを定量的に扱う為の集合概念であり、ファジイ理論の基本である。

②「ファジイ関係」とは物と物との曖昧な関係をファジイ集合を基本として展開されたものである。　従って、２つの要因に関する相互関係（ＡとＢはかなり似ている、ＡとＢはほぼ等しい、ＡはＢより大きい、ＡはＢと少し離れている、その他の関係）をファジイ理論を基本として論じるもので、マトリックスの展開が主体となる。

この２つの基本概念を用いて様々な展開が試みられている。　以下、順番に説明する。

□　ファジイ集合

全体集合をＸとする。　また、この全体集合Ｘの要素χが部分集合Ａに含まれる度合いをμで示すと、このμは以下の式で示される。

$$\mu_A : X \rightarrow [0,\ 1]$$

この時、μは部分集合Ａのメンバーシップ関数という。
＊但し、［０，１］は０～１までの実数区間の集合を意味する。　この０と１の意味は、～らしさが１００％の時に１（全体集合Ｘの要素χが部分集合Ａに含まれる時を意味する）であり、～らしさが　０％の時に０を（即ち要素χが部分集合Ａに含まれない時を意味する）とるもので、この０と１の間の値は～らしさの程度を表す連続量となっている。この０～１までの値はグレード又は適合度と呼ばれている。

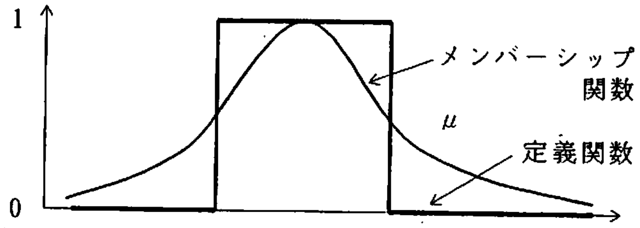


図１．　メンバーシップ関数と定義関数

定義関数は０と１の値で構成されている。　このように連続性の無い関数ステップ関数、或いはクリスプ関数という。

図１にメンバーシップ関数と定義関数とが示されている。

* {0, 1} は従来の集合を意味し、これは0と1のみで構成される集合であり、定義関数或いはクリスプ関数と呼ばれる。

□ ファジイ集合AとBの集合の関係について簡単にまとめる

ファジイ集合の演算は先に述べたメンバーシップ関数を基本として定義されている。以下にその定義中、和集合、共通集合、及び補集合の定義を示す。

和集合　　$A \cup B$: $\mu_{AB}(X) = \max\{\mu_A(X), \mu_B(X)\} = \mu_A(X) \vee \mu_B(X)$

共通集合　$A \cap B$: $\mu_{AB}(X) = \min\{\mu_A(X), \mu_B(X)\} = \mu_A(X) \wedge \mu_B(X)$

補集合　　A : $\mu(X) = 1 - \mu(X)$

*max (a, b) やmin (a, b) はそれぞれaとbの値の内、大きい値と小さい値とをとる事を示す。 これは略記方によりa∨b及びa∧bで表記される。

□ メンバーシップ関数による和集合、共通集合の意味

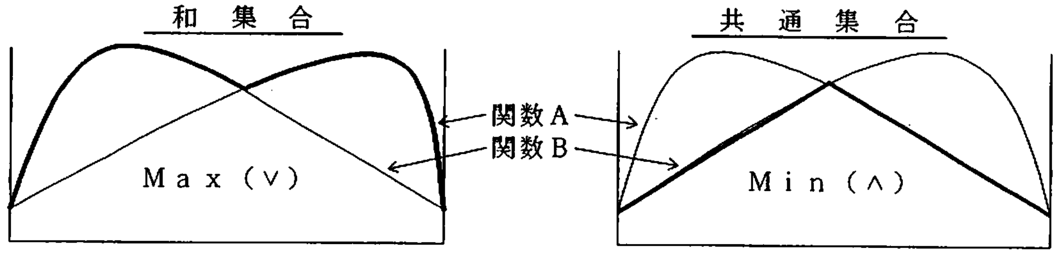


図2. メンバーシップ関数による和集合及び共通集合

図2にメンバーシップ関数を用いた和集合及び共通集合の概念図がしめされている。この図からもわかるように和集合では関数AとBの値の中大きい値を取り、共通集合では関数AとBの値で小さいものを採用する事がわかる。

□ ファジイ集合の代数的演算式

二つの集合の演算式を以下に示す。 ファジイ演算では代数積、代数和の他に限界積、限界和及び限界差が存在する。 いずれの演算式においても値が1を越えないようになっている事が特徴である。

代数積　AB : $\mu_{AB}(X) = \mu_A(X)\mu_B(X)$

代数和　A+B : $\mu_{AB}(X) = \mu_A(X) + \mu_B(X) - \mu_A(X)\mu_B(X)$

限界積　A B : $\mu_{AB}(X) = \max(0, \mu_A(X) + \mu_B(X) - 1) = 0 \vee (\mu_A(X) + \mu_B(X) - 1)$

限界和　A B : $\mu_{AB}(X) = \min(1, \mu_A(X) + \mu_B(X))$
$1 \wedge (\mu_A(X) + \mu_B(X))$

限界差　A B : $\mu_{AB}(X) = \max(0, \mu_A(X) - \mu_B(X)) = 0 \vee (\mu_A(X) - \mu_B(X))$

激烈積　A B : $\mu_{AB}(X) = \mu_A(X)$ 　if $\mu_B(X) = 1$
$= \mu_B(X)$ 　if $\mu_A(X) = 1$
$= 0$ 　if $\mu_A(X)$ AND $\mu_B(X) \neq 1$

激烈和　A B : $\mu_{AB}(X) = \mu_A(X)$ 　if $\mu_B(X) = 0$
$= \mu_B(X)$ 　if $\mu_A(X) = 0$
$= 1$ 　if $\mu_A(X)$ AND $\mu_B(X) \neq 0$

□ ファジイ集合の計算例　1

前節の結果からもわかるように、ファジイ集合間の演算は極めて簡単である。 基本的には二つの値の比較の問題に帰結されてしまう。 つまり、Max (∨) は大きい値を取り、Min (∧) は小さい値をとるだけである。

例) $A = 0.6 + 0.2 + 0.7 + 0.9 + 0.3 + 0.5$
$B = 0.3 + 0.6 + 0.2 + 0.8 + 0.5 + 0.7$ の時、

$A \cup B = (0.6 \vee 0.3) + (0.2 \vee 0.6) + (0.7 \vee 0.2) + (0.9 \vee 0.8) + (0.3 \vee 0.5) + (0.5 \vee 0.7)$
$= 0.6 + 0.6 + 0.7 + 0.9 + 0.5 + 0.7$

A∩B＝(0.6∧0.3)＋(0.2∧0.6)＋(0.7∧0.2)＋(0.9∧0.8)＋(0.3∧0.5)＋(0.5∧0.7)
　　＝ 0．3 ＋ 0．2 ＋ 0．2 ＋ 0．8 ＋ 0．3 ＋ 0．5
AB　＝ 0.18 ＋ 0.12 ＋ 0.14 ＋ 0.72 ＋ 0.15 ＋ 0.35
A＋B＝ 0.72 ＋ 0.68 ＋ 0.76 ＋ 0.78 ＋ 0.65 ＋ 0.85
A　B＝ 0 ＋ 0 ＋ 0 ＋ 0.5 ＋ 0 ＋ 0.2
A　B＝ 0.9 ＋ 0.8 ＋ 0.9 ＋ 1 ＋ 0.8 ＋ 1
A　B＝ 0.3 ＋ 0 ＋ 0.5 ＋ 0.3 ＋ 0 ＋ 0
A　B＝ 0 ＋ 0 ＋ 0 ＋ 0 ＋ 0 ＋ 0
A　B＝ 1 ＋ 1 ＋ 1 ＋ 1 ＋ 1 ＋ 1

□　メンバーシップ関数（曖昧さを的確に表現出来るように自由に定義する）

メンバーシップ関数はファジイを実用的な問題に適用する時に最も重要となる関数である。　この関数は全体集合中の要素χがある領域に含まれている程度をあらわすものであり、統計や確立で厳密に支配されている関数ではない。　この関数は、作業目的や経験に応じ、人が自由に最適なものを設定する事ができる。　確立や統計と異なり、解析に必要となる関数を自由に設定出来る点がファジイの特徴の一つである。　この結果、メンバーシップ関数は作業目的のみならず、関数を設定する人の個人差によっても異なってくる。

例えば、車の速度を速いと規定する時、ある人は速い速度は４０Ｋ以上と感じ、別の人は６０Ｋ以上と感じるというように、個人により異なる事はファジイにとり自然な事である。

□　ファジイ関係（Ｆｕｚｚｙ　ｒｅｌａｔｉｏｎ）

ファジイ関係とはファジイ集合Ａ及びＢの各要素が互いに何らかの相関関係が存在する時、その相関関係を示す。　この時、ＡとＢとがｍ及びｎ個の要素からなる時、この関係はｍ行ｎ列のマトリックス（ファジイ関係行列　Fuzzy relational matrix ）Ｒとして示される。　このファジイ関係における演算も基本的にはファジイ集合の演算と同じパターンで行われる。

ファジイ　ＲＵＳ　：　μ（Ｘ，Ｙ）＝　ｍａｘ｛μ（Ｘ，Ｙ）、μ（Ｘ，Ｙ）｝
　の和　　　　　　　　　　　　＝　μ（Ｘ，Ｙ）∨μ（Ｘ，Ｙ）
ファジイ　Ｒ∩Ｓ　：　μ（Ｘ，Ｙ）＝　ｍｉｎ｛μ（Ｘ，Ｙ）、μ（Ｘ，Ｙ）｝
　の交わり　　　　　　　　　　＝　μ（Ｘ，Ｙ）∧μ（Ｘ，Ｙ）
補ファジイ関係　　Ａ　：　μ（Ｘ，Ｙ）＝　１－μ（Ｘ，Ｙ）

□　ファジイ合成（Ｆｕｚｚｙ　ｃｏｍｐｏｓｉｔｉｏｎ）

Ｒ　Ｓ　：　μ（Ｘ）＝　ｍａｘｍｉｎ｛　μ（Ｘ）、μ（Ｘ）｝
　　　　　　　　　＝　∨｛　μ（Ｘ）∧μ（Ｘ）｝

□　ファジイ関係の計算例　２

基本的に前のファジイ集合の演算と全く同じである。　ただ、扱うのがファジイ関係マトリックスであるので、マトリックス間の演算が必要というだけである。

例）

$$R=\begin{bmatrix}0.6 & 0.3 & 0.8\\ 0.3 & 0.7 & 0.5\end{bmatrix}\qquad S=\begin{bmatrix}0.2 & 0.5\\ 0.8 & 0.3\\ 0.1 & 0.7\end{bmatrix}$$

ＲＵＳ＝

$$\begin{bmatrix}(0.6\vee 0.2) & (0.3\vee 0.8) & (0.8\vee 0.1), & (0.6\vee 0.5) & (0.3\vee 0.3) & (0.8\vee 0.7)\\ (0.3\vee 0.2) & (0.7\vee 0.8) & (0.5\vee 0.1), & (0.3\vee 0.5) & (0.7\vee 0.3) & (0.5\vee 0.7)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}(0.6) & (0.8) & (0.8), & (0.6) & (0.3) & (0.8)\\ (0.3) & (0.8) & (0.5), & (0.5) & (0.7) & (0.7)\end{bmatrix}$$

R　S＝

$$\begin{bmatrix} (0.6\wedge 0.2)\vee(0.3\wedge 0.8)\vee(0.8\wedge 0.1), & (0.6\wedge 0.5)\vee(0.3\wedge 0.3)\vee(0.8\wedge 0.7) \\ (0.3\wedge 0.2)\vee(0.7\wedge 0.8)\vee(0.5\wedge 0.1), & (0.3\wedge 0.5)\vee(0.7\wedge 0.3)\vee(0.5\wedge 0.7) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (0.2)\vee(0.3)\vee(0.1), & (0.5)\vee(0.3)\vee(0.7) \\ (0.2)\vee(0.7)\vee(0.1), & (0.3)\vee(0.3)\vee(0.5) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.7 & 0.5 \end{bmatrix}$$

QUIZ

設問：　以下の計算をせよ。

$$R=\begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.4 \\ 0.5 & 0.7 & 0.2 \end{bmatrix} \qquad S=\begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 \\ 0.5 & 0.6 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$$ の時、

① R∩S
② R　S

□　従来手法及びファジイ理論に基づいた分類の差異について

曖昧概念に基づいた分類問題では、従来手法による分類とファジイ理論に基づいた分類とでは基本的な考え方が大きく異なってくる。　この基本的な考えの差を理解する為、以下に体重に基づいた「痩身」、「中肉中背」、「肥満」という概念を従来手法のクリスプ的な考えによる分類とＦｕｚｚｙ理論的考え方に基づいた分類とで試みる。

□　従来のアプローチによる分類

従来のアプローチでは、ファジイの概念が無い為、分類はある点（重さ）を境として急激に変化するクリスプな事象を基本として実行される（図３）

分類基準）痩身　　　～４０Ｋｇ未満
　　　　　中肉中背　４０Ｋｇ以上～７０Ｋｇ未満
　　　　　肥満　　　７０Ｋｇ以上

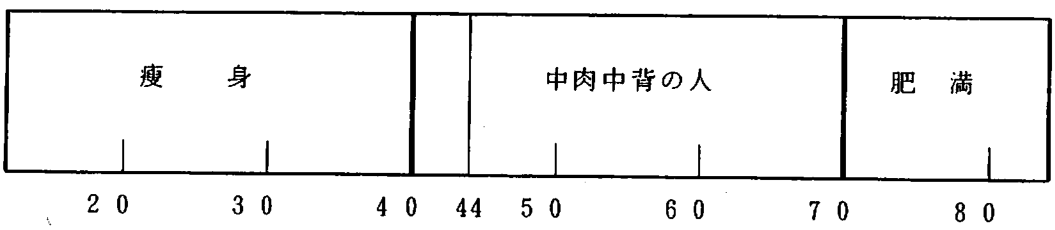


図３．従来のクリスプな事象を基本とした分類

従来的（クリスプ的）考え方による分類の特徴

前記３タイプの分類は厳格に分離されており共存する事がない。　ここでは４４Ｋｇの人は中肉中背であり、それ以外の要素は存在しない。　（クリスプ集合）

この分類にはいくつかの際立った矛盾が存在する。

① 境界ゾーンは本来曖昧なものであるが、むりに境界を設けて分類している。
② 境界が存在する為、同じクラスに分類された人にも大きな差異が存在する。
例）４０Ｋｇと６９Ｋｇの人とで２９Ｋｇ離れていても、全く同じ中肉に分類される。一方で、１Ｋｇしか離れていない３９Ｋｇの人はクラスが異なっている。
③ 境界が存在する為、本来は変化が緩やかであるべき事象が急激な変化を伴う事象に変えられている。
例）３９Ｋｇの人は痩せ、４０Ｋｇの人は中肉のように少しの変化で、分類は極端に変化する。

このように従来手法による分類では幾つかの矛盾を内包するものであったが、その矛盾は境界線の弾力的運用により補われてきた。 つまり、人、立場、環境、ムード、等その時々の条件により境界が変更され、また境界線の両脇に緩衝領域を設定して分類のグレーゾーンとして運用していた。 従って、同じ人でも環境が変わると痩せから中肉へと変化し又その反対も存在しうる。 また、言葉でその曖昧さをおぎなってもいた。 「中年らしい」、「中年っぽい」、その他。

□ ファジイ概念導入による分類の基本的考え

同じ事象を対象とした分類であっても、Ｆｕｚｚｙに基づいた分類では様子が異なってくる。 分類は従来手法のように境界線を基準として行われるのではなく、それぞれのクラス毎に設定されたメンバーシップ関数の値の大きさを比較する事で実行される。 同じ分類を３種類のメンバーシップ関数で表現した時の様子が図４に示されている。

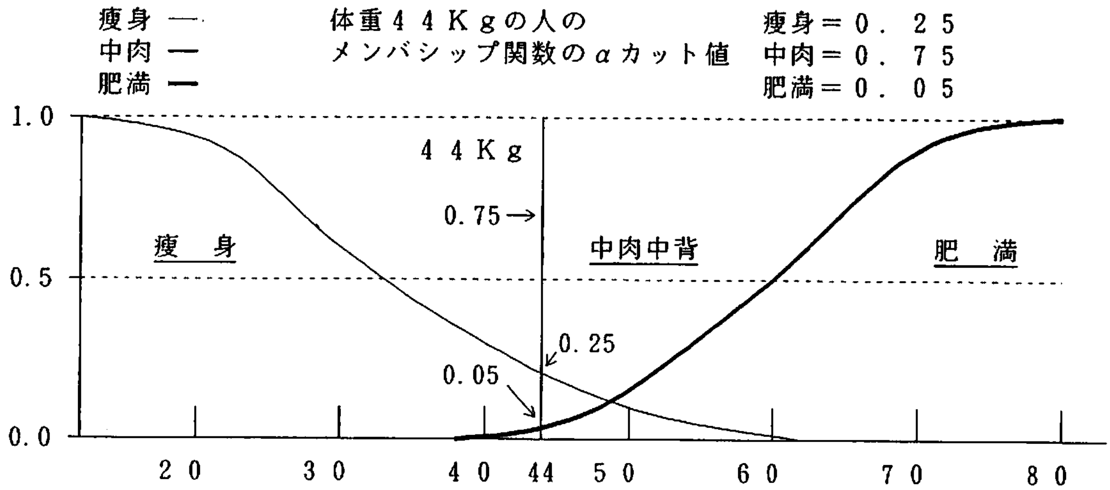


図４．体形に関する３種のメンバーシップ関数

ファジイ的考え方による分類の特徴

ファジイ的事象の基本は連続的な変化であり、クリスプ関数的な急激な変化を伴わない事である。 ここでは図４の３種のメンバーシップ関数を基本として、前節と同様に体重が４４Ｋｇの人の分類を例に取ってのべる。

この人のαカット値（グレード；体重とメンバーシップ関数との交点）は痩身０．２５、中肉中背０．７５、肥満０．０５となっている。 これらの値はそれぞれのクラスに対する所属度とよばれている。 つまり、４４Ｋｇの人は中肉中背クラスに対する所属度が０．７５で最も高いが、然し痩身クラスの所属度も０．２５有り、肥満の程度も少しだが０．０５であると解釈する。

即ち、ファジイ的事象とは強制的に一つの事象に帰属されるものではなく、常に複数の事象の特性を兼ね備えており（多面性を持つ）、その複数の特性の帰属度を総合的に判断する事で様々な展開に導く事が出来る事を特徴とするものである。 ファジイを理解する上では、この考え方を素直に受け入れる事が必要である。

従来的事象の捕らえ方	事象は常に一つのカテゴリーに帰属し、複数のカテゴリーに同時に帰属する事はありえない
ファジイ的事象の捕らえ方	事象は複数のカテゴリーに帰属する事が自然であり、多面性が基本である

丁度、この定義（クリスプ）関数とメンバーシップ関数の問題は、古典物理で光が波動か粒子かという問題で世界中の物理学者を悩ませていた時、「光とは波動と粒子の両方の特性を兼ね備える」という、古典物理から見れば矛盾の固まり的な発想転換を行う事で近代物理の幕が開けられた事を思い出させる。
ファジイ的な考えを素直に受け入れるには、この種の発想転換が必要と思われる。

□ ファジイの計算機上での利用事例

ここでは計算機でファジイを利用する時の利用形態について簡単にのべる。 ファジイを用いた様々なパターン認識や統計といった利用は除く。

□ ファジイによるエキスパートシステム検討中及び実施中のシステム

・ファジイによる地下鉄自動運転システム
（知識例）
次の駅が近くなったら、始めは強くブレーキをかけ、駅の手前で一旦緩めて、停止位置の近くで再び少し強くブレーキをかける。

・ファジイによる犯人しぼりこみシステム
（知識例）
目付きが鋭く、鼻の高い、丸顔で 疲れた感じの、中肉中背の西洋人風の若い男性

□ 他の解析技術とファジイとの関係

ファジイ理論は様々な分野における基礎理論となり得る。 従って、他の分野の技術にファジイ理論を導入する事も多く、寧ろ従来技術にファジイ理論を積極的に導入し、従来の問題がかかえていた様々な問題点を解決する試みが数多く行われている。 ファジイが従来の技術に導入され、最も大きな成果を上げている分野としてはファジイ推論を基本とした制御工学分野があるが、この分野の解説は他書にゆずる。 ここでは、パターン認識や多変量解析とファジイとの関係にポイントをおいて述べてゆく。

□ ファジイとパターン認識／多変量解析との関係

ファジイがパターン認識や多変量解析に導入される時、従来の手法と大きく異なってくるのは入力／出力データである事が多い。 従来の手法ではこの入／出力データには唯一個だけの値が対応しており、複数の値が対応するという例はなかった。 このような考えに対し、ファジイを導入すると1対多対応という考え方が必要となってくる。 これは従来の解析の考えに慣れていれば奇異な感じがするが、本質的な問題から考えるならばこの方が自然である。 クラス分類、クラスタリング、線形重回帰等様々な解析手法が存在するが、解析結果で総てのパターンが理想的（完全に一つのクラスに帰属出来る、あるいは回帰線上に完全に乗る等）なパターンである事は少ない。 寧ろ、かなりのパターンは一つのクラスへの帰属が困難である事が多く、特に境界領域付近のパターンの取扱は1対多対応を考慮した解析がより自然である。

このような観点から考えた時、多変量解析にファジイを導入する事で、より自然な考えに従った解析が可能となる。 特に、従来手法では誤分類等の原因となるパターンに関する配慮が可能となり、より高い信頼性を獲得する事が可能となる。

□ 解析結果にファジイネスを導入する

顔チャート／レーダーチャートの中に潜むファジイネス

顔チャートやレーダーチャートの最終的な解析は人間が行う。 これらチャートの作成段階にはファジイの入り込む余地はないが、最終的に得られたチャートを判定する段階でファジイネスが入ってくる。 これはチャートの作成では何ら定まった解をあたえる物でなく、解は結果を見て人間が判断することから、この判断過程ではいってくる為である。

ここでは顔チャートを例に取って考える。

例）顔チャートによる薬の効果判定：

	表　情	ファジイネスによる表情の程度
良く効く薬	笑っている	本気で笑う／大きく笑う／少し笑う
効かない薬	怒っている	本気で怒る／強く怒る／怒る／少し怒る

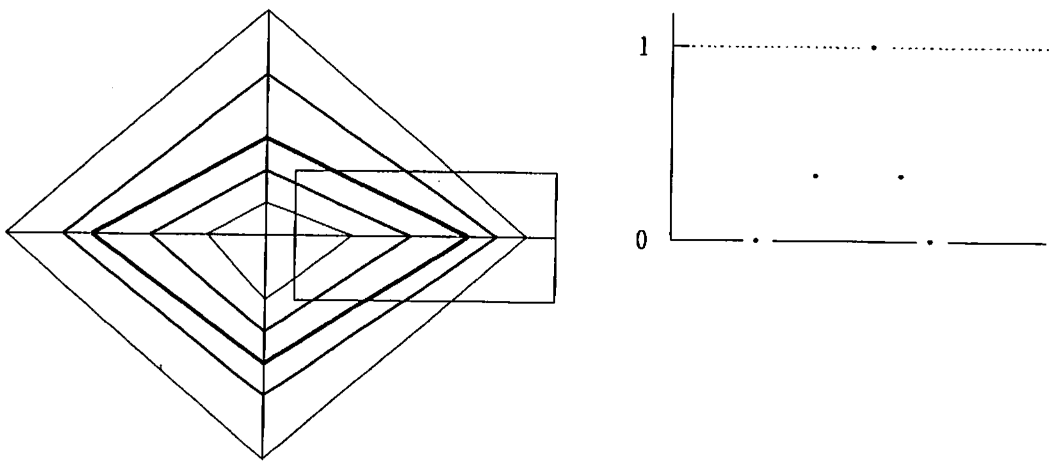


図1．レーダーチャートに対するファジイネスの導入

□ 従来の解析手法における考え方とファジイによる考え方の基本的な違い

従来の解析手法に対する考えは『1つの問題に対し、得られる答えは1つしか存在しない』というものである。 これに対し、ファジイを導入した解析手法では『1つの問題に

対し、解は複数個存在する』。　これがファジイ導入の基本的考えである。

表１）２クラス分類問題に対する従来手法とファジイネスを導入した時の解答例

	解答数	解答例
従来の分類問題（２クラス分類）	1	クラス１
ファジイ分類　（２クラス分類）	2	クラス１（０．８）　クラス２（０．３）

表１には２クラス分類問題における分類結果について、従来手法による結果とファジイ導入による結果とを示す。　ファジイが導入された時は解答がクラス１と２それぞれに対し、ある帰属度を持ってアサインされている事がわかる。　つまり、解析対象となるパターンは常に多面性を持っており、この為に解も一つに定まらないということである。　しかし、現実の問題としてファジイネスの導入はこれだけでなく、解析過程の数式処理等の段階にも様々な形で取り入れられている。

しかし、これ以外にも様々な形で解析手法にファジイを導入する事は可能である。　先に述べたように解析結果へのファジイネスの導入や、その外入力データ、解析過程等で様々な展開が可能である。　最近ではファジイとニューラルネットワークとを組み合わせる事も行われている。

□　ファジイ導入による解析手法事例

クラスタリングへのファジイネスの適用（ファジイクラスタリング）

クラスタリングへのファジイの導入は個々のパターンの帰属は複数のクラスターにわたるという事が基本である。　従って、従来のクラスタリングの結果で示される総てのパターンが１対１で一個のクラスターに必ず帰属されるというような事はない。

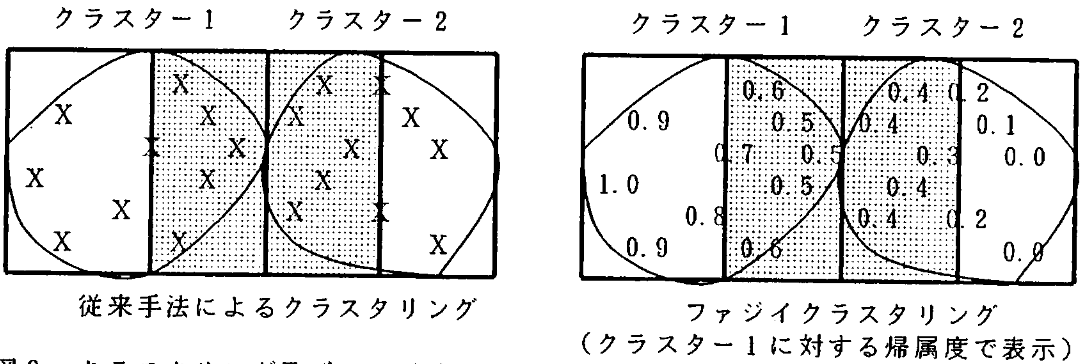


図２．クラスタリング及びファジイクラスタリングによる結果

図２の従来方式によるクラスタリングではパターンがクラスター１と２とに強制的に分類されている。　個々のパターンで隣接する場所に他のクラスターが無いパターンは問題はないが、境界領域に近い部分に存在するパターンの帰属は常に不確定性が付きまとう事になる。　図２のファジイクラスタリングにおいて個々のパターンに示されている値はクラスタリング１に対する帰属度が示されている。　これから分かるように、他のクラスターと離れた位置にあるパターンは１や０に近い値を取り、境界領域にあるパターンの帰属度は０．５前後の値を取っている。　このようにファジイクラスタリングではパターンの個々のクラスターに対する帰属度が分かるので、従来のクラスタリング手法と比べより詳細な情報を得る事が可能である。

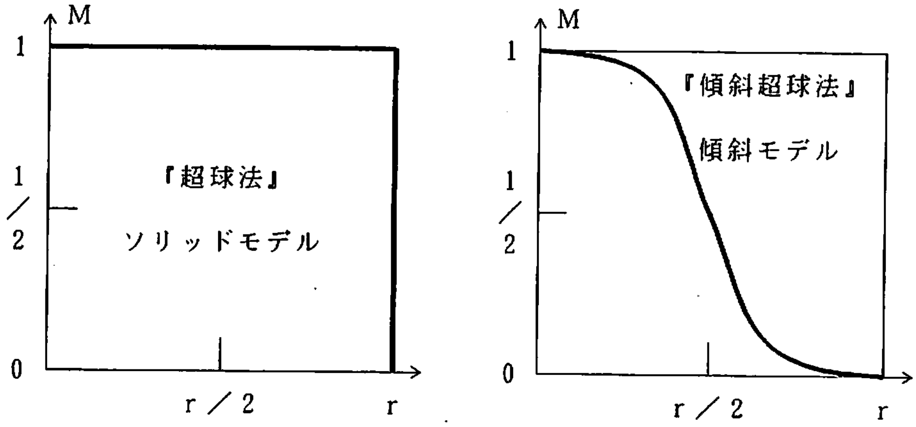
ＢＡＹＥＳ判別分析へのファジイネスの適用（ファジイＢＡＹＥＳ判別分析）

ＡＬＳ法へのファジイネスの適用（ファジイＡＬＳ）

超球法へのファジイネスの導入（ファジイ超球法）

『超ボリューム概念』に従った分類手法「超球法」に対し、ファジイ理論を導入する事でより柔軟な分類が行われるように改良した手法である。　このファジイの導入により、超球法における分類問題上での欠点の除去、解析精度の向上、解析時に得られる情報の増大等様々な利点を持つ事が可能となった。

このポイントは超球自体にファジイネスを持たせる事である。　これは、超球そのものに密度を持たせる事で実現される。　従来の超球法で扱う超球はその内部の密度が均一なものを利用していた（図３．左図）。　これに対し、ファジイを利用する超球法では超球中心部が１で表面が０となる密度関数（実際はメンバーシップ関数）で表される密度勾配を持っている（図３．右図）。



Ｘ≦ｒ；　$M=1$
Ｘ＞ｒ；　$M=0$

Ｘ≦ｒ；　$M=\exp^{-\alpha\beta^2}$
但し、$\beta=(1/(1-(X/r))-1)$
Ｘ＞ｒ；　$M=0$

図３．ソリッドモデルと傾斜（ファジイ）モデルとの相違
傾斜（ファジイ）モデルに使用したメンバーシップ関数はＧＡＵＳＳ関数を用いている

超球法の定義ではその超球の大きさは、その超球が属しているクラスの特徴を保証する領域を示しているとする。　従来的なアプローチ（ソリッドモデル）では超球内どの部分であってもそのクラスの保証は全く同じである。　つまり、超球の中心部分と周辺部分とでその「クラスらしさ」は全く同じ事を意味している。　これは数学的な取扱を考えると便利であるが、現実的に考えるならば事象を素直に表現しているとは考えにくい。　例えばクラスの異なる超球が隣接している時を考えるならば、特に隣接部分に近い周辺部分（図４中境界領域）では近い部分の環境に特性が似ず、逆に遠い部分の特性に似るという逆転現象が起きる事になる。

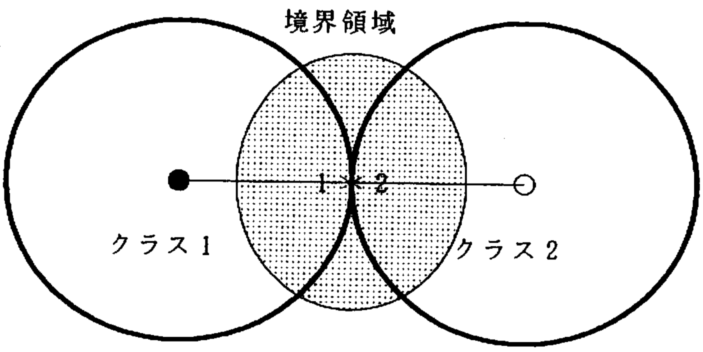


図４．超球が隣接する時の境界領域に関する問題点

つまり、境界領域中にあるパターン１と２は互いに近い距離にある他のパターンに似る事なく、遠い距離にある超球中心部分の特性に支配される為、互いに隣接しながらクラスが異なるという矛盾した結果になる。

さらに複数の超球が重なった時、その重なった部分のクラス特性はどの超球に帰属させるのが適切であるかという問題（クラスの競合）が生じてくる。　この時、クリスプな関数を用いた従来手法による解析では多数決を取る等の手続きが取られている。　このように単純な多数決では、超球同士の重なり程度を考慮した解析は不可能である。
ファジイ超球法ではこのクラスの特性が、超球中心部分で１、超球周辺部分に行くにつれて減少し、周辺部分では０、即ち超球中心部分のクラスと同じという保証は全くなくなるようになっている。　従って、クラス未知のパターンがある超球と中心上で重なった時、そのクラス未知パターンのクラスは重なった超球が帰属するクラスと全く同じである事になる。　一方、超球の周辺部分で重なった時はそのクラス未知パターンのクラスが重なった超球と同じである保証は低いものとなる。
また超球が重なっている時はその重なり部分での重なり程度が数値データで示されているのでクラス未知パターンは重なり程度が最も高い超球と同じクラスに帰属される。　従って、ファジイを導入した「ファジイ超球法」によるクラスタ分類は他の手法に比べて自然であり、またきめこまかな分類が可能となる。

□　ファジイ理論と他の解析手法との関係まとめ

ファジイ理論が様々な解析手法に導入する事が可能である事を示した。　さらに従来の解析手法にファジイを導入する事で、従来の解析手法が持つ欠点を克服する事が可能であり、より自然な解析が可能になる事も示した。
ここで展開された解析手法以外にもファジイを導入した事例が多くなっている。　また、多変量解析以外でも数理計画法やニューラルネットワークとの組み合わせが試みら始めた。　今後ますます多くの分野でファジイとの適合が試みられ、素晴らしい成果がでるものと期待される。

□　ファジイの利用例

化学の分野においてファジイを導入して解析を行った事例は少ない。　一つの例としてスペクトル解析にファジイを用いた例がある。　これは石田らが行った仕事で、ＩＲスペクトルの解析に利用する対照表にファジイを導入したものである。

ファジイを用いたスペクトル解析

通常ＩＲスペクトルの解析はＩＲスペクトル吸収位置と吸収強度を基準として、様々な官能基の存在可能性をチェックする。　この過程で、スペクトル吸収位置と官能基とを対応させた対照表が必要となるが、この対照表は総てクリスプな関数を用いて作成されていた。

例）３１００～３８００　Ｗ　　－ＯＨ、－ＮＨ2、………………
　　１６００～１８５０　Ｓ　　ケトン、エステル、アルデヒド、…………

つまり、この表は定められた領域中にピークが存在する時は該当する官能基の存在確立が１で、領域外の時は０のクリスプな関数である。　例えば、３８００のピークは－ＯＨ、－ＮＨ2 とアサイン出来ても、３８１０のピークはなにも該当する官能基が存在しないことになる。　この様な領域に存在する時は例外事項として扱う事で問題を解決してきたが、この事実は明らかに現実の解析業務とは掛け離れたものとなっている。
対照表の一般的特性として、個々の官能基の存在範囲を狭くするほどノイズが減少し解析精度が向上し、幅を広げるほどノイズデータが増えて解析精度が下がる。　この対照表の設定で守らなければならない絶対条件は官能基の存在可能性を潰さない事である。　つまり少しでも官能基の存在可能性がある時は、その事実をスペクトルチャートから確実にピックアップする事が必要となる。　この危険率を小さくするという目的の為、計算機を用いたスペクトル解析で用いる対照表はスペクトルの範囲を必要以上に幅広く取る事になる。　この結果、正解は絶対に逃さないがノイズデータが増大する事になる。　ノイズが

増える結果、計算時間が増大し、解析精度も落ちるという望ましくない結果をもたらす。この為、現実的には計算時間と解析精度という2つの相反する項目のバランスを取りながら運用しているのが現状である。
この対照表の作成問題にファジイ理論を導入し、解析精度の向上を計ろうとする試みが行われている。

□ スペクトル対照表へのファジイの導入

前節でも述べたが、ノイズを減少させるには対照表中の範囲を狭くする事が望ましいが、正解を逃す可能性も増大する。 この為、スペクトル対照表の取り方はかなり微妙な問題である。 このような問題を解決するものとして、ファジイの導入が考えられる。
図1にはスペクトル対象表にファジイを導入したもので、そのメンバーシップ関数が示されている。 この新しい対照表では、官能基の存在可能性は一つのピークをもつ山型の関数で示され、個々の官能基に対してこのような対照表が設定される。 なおこのメンバーシップ関数はこの形だけでなく他には台形等も考えられる。
参考迄に従来手法による対照表が付記されている（右図）。

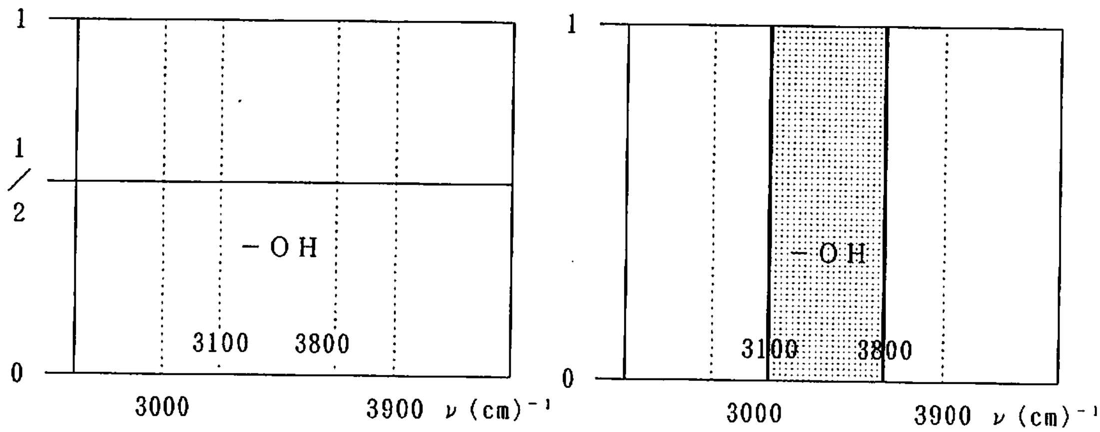
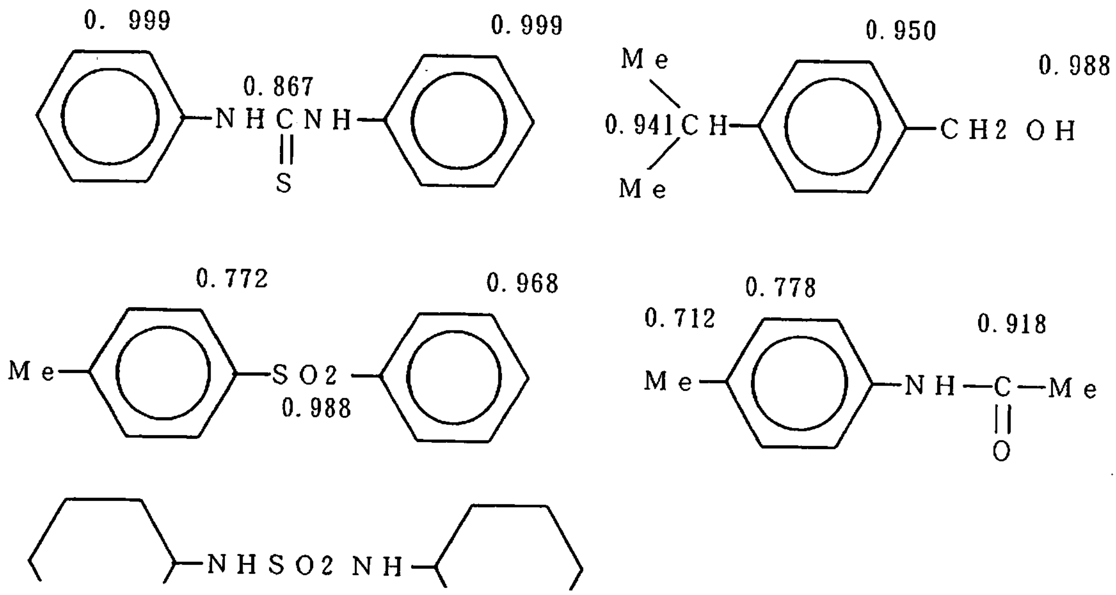


図1． 解析に用いられたスペクトル対照表（メンバーシップ関数と従来の対照表）

ファジイを用いた官能基の存在可能性出力結果

図2には図1に示されたようなメンバーシップ関数を用いた対照表を用いたスペクトル解析結果がしめされている。 この構造式中、部分構造の上に記されている数値は個々の部分構造の所属度を示している。 この値が大きい程メンバーシップ関数から求められるグレード値が大きく、その部分構造の存在可能性が高い事を意味している。



0.948

図2．スペクトルデータを基本として創出された化合物構造式と部分構造の所属度

従来の対照表を用いたスペクトル解析では部分構造の存在は絶対であり、その存在可能性の無い（対照表で部分構造の存在範囲内に無い）部分構造を持つ化合物の存在はあり得なかった。　この点で化合物の部分構造が所属度付で表示されている事に抵抗を感じるかもしれないが、このような表示がファジイを導入した解析の特徴である。